はじめに

流石は東大，という問題が多いです…….
なんだかんだ言っても，日本の大学の最高峰．重箱の角をつつくようなケチな問題は出題されません.
問題文をちゃんと理解できるか，方針を適切に組み立てられるか，普通にほどほど高速に計算できるか，…という当たり前を問う問題が出題されているのです.
傾向対策とか予想問題だとか，目先に振り回されるような人にはこの講座は必要ありませんので，それっぽい授業を探し出して，しっかり振り回されて下さい．東大に受かる為の合格点が欲しい！　その為の当たり前のことちゃんと出来るようになりたい！　そのように考える人の為の講座です.
最後まで負けずに頑張りましょう !!

堺　義明

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

東京大学数学ⅠAⅡBⅢ対策講座

目　次

第１講　確率と漸化式 ―― p.4
第２講　整数問題 ―― p.12
第３講　図形と方程式 ―― p.20
第４講　通過領域 ―― p.28
第５講　数Ⅱの微積 ―― p.34
第６講　計算練習 ―― p.42
第７講　小道具の使い方 ―― p.50
第８講　基本なんだけど… ―― p.58
第９講　複素数，２次曲線 ―― p.64
第10講　数学Ⅲの微分 ―― p.70
第11講　数学Ⅲの積分 ―― p.76
第12講　求積問題 ―― p.84

※本テキストは，一部問題において東京大学の入試問題を改変して使用しております。詳細はテキストをご確認ください。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

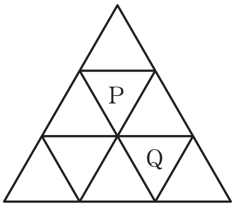
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　確率と漸化式

1　図のように，正三角形を９つの部屋に辺で区切り，部屋 P，Q を定める．１つの球が部屋 P を出発し，１秒ごとに，そのままその部屋にとどまることなく，辺を共有する隣の部屋に等確率で移動する．球が n 秒後に部屋 Q にある確率を求めよ．

《12 東大・理科文科》



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 　2つの箱LとR，ボール30個，コイン投げで表と裏が等確率 $\frac{1}{2}$ で出るコイン1枚を用意する．x を0以上30以下の整数とする．Lに x 個，Rに $30-x$ 個のボールを入れ，次の操作（#）を繰り返す．

（#）　箱Lに入っているボールの個数を z とする．コインを投げ，表が出れば箱Rから箱Lに，裏が出れば箱Lから箱Rに，$K(z)$ 個のボールを移す．ただし，$0 \leqq z \leqq 15$ のとき $K(z)=z$，$16 \leqq z \leqq 30$ のとき $K(z)=30-z$ とする．

m 回の操作の後，箱Lのボールの個数が30である確率を $P_m(x)$ とする．たとえば $P_1(15)=P_2(15)=\frac{1}{2}$ となる．以下の問(1)，(2)，(3)に答えよ．

(1)　$m \geqq 2$ のとき，x に対してうまく y を選び，$P_m(x)$ を $P_{m-1}(y)$ で表せ．

(2)　n を自然数とするとき，$P_{2n}(10)$ を求めよ．

(3)　n を自然数とするとき，$P_{4n}(6)$ を求めよ．

《10東大・理科文科(文科(2)まで)》

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　どの目も出る確率が $\frac{1}{6}$ のさいころを1つ用意し，次のように左から順に文字を書く．

さいころを投げ，出た目が1，2，3のときは文字列AAを書き，4のときは文字Bを，5のときは文字Cを，6のときは文字Dを書く．さらに繰り返しさいころを投げ，同じ規則に従って，AA，B，C，Dをすでにある文字列の右側につなげて書いていく．

たとえば，さいころを5回投げ，その出た目が順に2，5，6，3，4であったとすると，得られる文字列はAACDAABとなる．このとき，左から4番目の文字はD，5番目の文字はAである．

(1)　n を正の整数とする．n 回さいころを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から n 番目の文字がAとなる確率を求めよ．

(2)　n を2以上の整数とする．n 回さいころを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から $n-1$ 番目の文字がAで，かつ n 番目の文字がBとなる確率を求めよ．

《15東大・理科(文科に類題)》

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4　a を自然数 (すなわち１以上の整数) の定数とする．

白球と赤球があわせて１個以上入っている袋Ｕに対して，次の操作 (＊) を考える．

(＊)　袋Ｕから球を１個取り出し，

(i)　取り出した球が白球のときは，袋Ｕの中身が白球 a 個，赤球１個となるようにする．

(ii)　取り出した球が赤球のときは，その球を袋Ｕへ戻すことなく，袋Ｕの中身はそのままにする．

はじめに袋Ｕの中に，白球が $a+2$ 個，赤球が１個入っているとする．この袋Ｕに対して操作 (＊) を繰り返し行う．

たとえば，１回目の操作で白球が出たとすると，袋Ｕの中身は白球 a 個，赤球１個となり，さらに２回目の操作で赤球が出たとすると，袋Ｕの中身は白球 a 個のみとなる．

n 回目に取り出した球が赤球である確率を p_n とする．ただし，袋Ｕの中の個々の球の取り出される確率は等しいものとする．

(1)　p_1，p_2 を求めよ．

(2)　$n \geqq 3$ に対して p_n を求めよ．

(3)　$\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}p_n$ を求めよ．

《14 東大・理科文科(文科は(2)まで)》

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

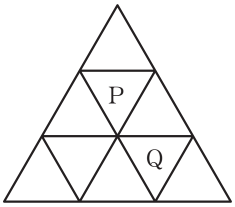
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　確率と漸化式

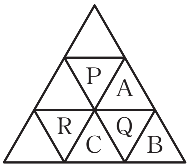
1　図のように，正三角形を９つの部屋に辺で区切り，部屋 P，Q を定める．１つの球が部屋 P を出発し，１秒ごとに，そのままその部屋にとどまることなく，辺を共有する隣の部屋に等確率で移動する．球が n 秒後に部屋 Q にある確率を求めよ．

《12 東大・理科文科》



【答】 $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}\right\} & (n \text{ が偶数のとき}) \\ 0 & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$

【解説】 右図の様に P と Q 以外の部屋を定める．



最初に球は P の部屋にあることより，n が奇数のときには球は P，Q，R 以外の部屋にあり，n が偶数のときには球は P，Q，R のどこかの部屋にある．

以下 m を偶数とする．

$m+2$ 秒後に Q の部屋に球があるのは

(Ⅰ) m 秒後に P にあり，確率 $\frac{1}{3}$ で A に移動して，確率 $\frac{1}{2}$ で Q に移動する．

(Ⅱ) m 秒後に Q にあり，確率 $\frac{1}{3}$ で A に移動して，確率 $\frac{1}{2}$ で Q に移動する．

(Ⅲ) m 秒後に Q にあり，確率 $\frac{1}{3}$ で B に移動して，確率 1 で Q に移動する．

(Ⅳ) m 秒後に Q にあり，確率 $\frac{1}{3}$ で C に移動して，確率 $\frac{1}{2}$ で Q に移動する．

(Ⅴ) m 秒後に R にあり，確率 $\frac{1}{3}$ で C に移動して，確率 $\frac{1}{2}$ で Q に移動する．

の５つの場合だけ考えればよいので，n 秒後に P，Q，R にある確率をそれぞれ P_n，Q_n，R_n とすると，

$$Q_{m+2}=P_m\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+Q_m\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+Q_m\times\frac{1}{3}\times1+Q_m\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+R_m\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$$

$$\therefore\quad Q_{m+2}=\frac{1}{6}(P_m+R_m)+\frac{2}{3}Q_m$$

が成り立つ．ここで $P_m+Q_m+R_m=1$ より $P_m+R_m=1-Q_m$ を代入すると

$$Q_{m+2}=\frac{1}{6}(1-Q_m)+\frac{2}{3}Q_m \iff Q_{m+2}=\frac{1}{2}Q_m+\frac{1}{6}$$

$$\iff Q_{m+2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\left(Q_m-\frac{1}{3}\right)\quad\cdots①$$

となり，最初球が P にあることより $Q_0=0$ と定めることができるので，$Q_0=0$ と①より

$$Q_{2n}=\frac{1}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

以上より求める確率は $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\left\{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}\right\} & (n\text{ が偶数のとき}) \\ 0 & (n\text{ が奇数のとき}) \end{cases}$．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　２つの箱ＬとＲ，ボール 30 個，コイン投げで表と裏が等確率 $\frac{1}{2}$ で出るコイン１枚を用意する．x を 0 以上 30 以下の整数とする．Ｌに x 個，Ｒに $30-x$ 個のボールを入れ，次の操作 (#) を繰り返す．

(#)　箱Ｌに入っているボールの個数を z とする．コインを投げ，表が出れば箱Ｒから箱Ｌに，裏が出れば箱Ｌから箱Ｒに，$K(z)$ 個のボールを移す．ただし，$0 \leqq z \leqq 15$ のとき $K(z)=z$，$16 \leqq z \leqq 30$ のとき $K(z)=30-z$ とする．

m 回の操作の後，箱Ｌのボールの個数が 30 である確率を $P_m(x)$ とする．たとえば $P_1(15)=P_2(15)=\frac{1}{2}$ となる．以下の問(1)，(2)，(3)に答えよ．

(1)　$m \geqq 2$ のとき，x に対してうまく y を選び，$P_m(x)$ を $P_{m-1}(y)$ で表せ．

(2)　n を自然数とするとき，$P_{2n}(10)$ を求めよ．

(3)　n を自然数とするとき，$P_{4n}(6)$ を求めよ．

《10 東大・理科文科(文科(2)まで)》

【答】　(1)　$P_m(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}P_{m-1}(2x) & (0 \leqq x \leqq 15 \text{のとき}) \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{m-1}(2x-30) & (16 \leqq x \leqq 30 \text{のとき}) \end{cases}$

(2)　$P_{2n}(10)=\frac{1}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}$　　(3)　$P_{4n}(6)=\frac{1}{5}\left\{1-\left(\frac{1}{16}\right)^n\right\}$

【解説】　Ｌに x 個，Ｒに y 個ボールが入っている状態を $(x,\ y)$ で表すことにする．

(#) により，一度 $(0,\ 30)$ または $(30,\ 0)$ になってしまえば，$K(z)=0$ となるので，それ以降はすべておなじ状態が続くことになる．

以下，表が出たときの状態の移り変わりを「⇒」で表して，裏が出たときのそれを「→」で表すことにする．

(1)　$0 \leqq x \leqq 15$ のとき

$(x,\ 30-x) \Rightarrow (2x,\ 30-2x)$ または $(x,\ 30-x) \to (0,\ 30)$ が確率 $\frac{1}{2}$ でおこり，一度 $(0,\ 30)$ になるとＬに 30 個入ることにはならないので，$P_m(x)=\frac{1}{2}P_{m-1}(2x)$．

$16 \leqq x \leqq 30$ のとき $(x,\ 30-x) \Rightarrow (30,\ 0)$ または $(x,\ 30-x) \to (2x-30,\ 60-2x)$ が確率 $\frac{1}{2}$ でおこり，$(30,\ 0)$ ではＬに 30 個ボールが入っていることになるので，

$P_m(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{m-1}(2x-30)$．

以上より，$\boldsymbol{P_m(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}P_{m-1}(2x) & (0 \leqq x \leqq 15 \text{ のとき}) \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{m-1}(2x-30) & (16 \leqq x \leqq 30 \text{ のとき}) \end{cases}}$．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑵　⑴の結果を用いると，$P_{2n+2}(10)=\frac{1}{2}P_{2n+1}(20)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{2n}(10)\right)$ つまり

$P_{2n+2}(10)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}P_{2n}(10)$ が成り立ち，これは $P_{2n+2}(10)-\frac{1}{3}=\frac{1}{4}\left(P_{2n}(10)-\frac{1}{3}\right)$ と変形

できることと，(10，20)⇒(20，10)⇒(30，0) を考えると $P_2(10)=\frac{1}{4}$ なので

$P_{2n}(10)-\frac{1}{3}=\left(P_2(10)-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}=-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$．よって $\boldsymbol{P_{2n}(10)=\frac{1}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}}$.

⑶　⑵と同様に考えて

$$P_{4n+4}(6)=\frac{1}{2}P_{4n+3}(12)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}P_{4n+2}(24)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{4n+1}(18)\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_{4n}(6)\right)\right\}$$

つまり $P_{4n+4}(6)=\frac{1}{16}P_{4n}(6)+\frac{3}{16}$ が成り立つが, これは $P_{4n+4}(6)-\frac{1}{5}=\frac{1}{16}\left(P_{4n}(6)-\frac{1}{5}\right)$

と変形され,

$P_4(6)=\frac{1}{2}P_3(12)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}P_2(24)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P_1(18)\right)$ で $P_1(18)=\frac{1}{2}$ より

$P_4(6)=\frac{3}{16}$ なので

$$P_{4n}(6)-\frac{1}{5}=\left(P_4(6)-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{16}\right)^{n-1}$$
$$=-\frac{1}{5}\left(\frac{1}{16}\right)^n$$

となる.

よって $\boldsymbol{P_{4n}(6)=\frac{1}{5}\left\{1-\left(\frac{1}{16}\right)^n\right\}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　どの目も出る確率が $\frac{1}{6}$ のさいころを１つ用意し，次のように左から順に文字を書く．

さいころを投げ，出た目が1，2，3のときは文字列 AA を書き，4のときは文字 B を，5のときは文字 C を，6のときは文字 D を書く．さらに繰り返しさいころを投げ，同じ規則に従って，AA，B，C，D をすでにある文字列の右側につなげて書いていく．

たとえば，さいころを5回投げ，その出た目が順に2，5，6，3，4であったとすると，得られる文字列は AACDAAB となる．このとき，左から4番目の文字は D，5番目の文字は A である．

(1)　n を正の整数とする．n 回さいころを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から n 番目の文字が A となる確率を求めよ．

(2)　n を2以上の整数とする．n 回さいころを投げ，文字列を作るとき，文字列の左から $n-1$ 番目の文字が A で，かつ n 番目の文字が B となる確率を求めよ．

《15 東大・理科(文科に類題)》

【答】　(1)　$\frac{1}{3}\left\{2+\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}$　　(2)　$\frac{1}{18}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right\}$

【解説】　左から n 番目の文字が，偶数個連続している A の左から奇数番目の A である確率を x_n，偶数個連続している A の左から偶数番目の A である確率を y_n とする．

また，左から n 番目の文字が，B，C，D である確率をそれぞれ b_n，c_n，d_n とする．

このとき $x_1=\frac{1}{2}$　…①，$y_1=0$，$b_1=c_1=d_1=\frac{1}{6}$ である．また $x_n+y_n+b_n+c_n+d_n=1$ …②である．

(1)　左から $n+1$ 番目の文字が，偶数個連続している A の左から奇数番目の A となるには，左から n 番目の文字が，B または C または D か偶数個連続している A の左から偶数番目の A であり，なおかつ $n+1$ 回目に投げたさいころの出た目が1，2，3のいずれかであればよいので $x_{n+1}=(b_n+c_n+d_n+y_n)\times\frac{3}{6}$ が成り立つ．

ここで，②より $b_n+c_n+d_n+y_n=1-x_n$ なので，$x_{n+1}=\frac{1}{2}(1-x_n)$ となり，これを $x_{n+1}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{2}\left(x_n-\frac{1}{3}\right)$ と変形することで，$x_n-\frac{1}{3}=\left(x_1-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ を得る．これと①より $x_n=\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}$

次に，$n\geqq2$ のとき，左から n 番目の文字が，偶数個連続している A の左から偶数番目の A となるには，左から $n-1$ 番目の文字が，偶数個連続している A の左から奇数番目の A となっていればよいので，$y_n=x_{n-1}=\frac{1}{3}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$ となる．$y_1=0$ より，これは $n=1$ のときにも成り立つ．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって求める確率は $x_n+y_n=\mathbf{\frac{1}{3}\left\{2+\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}}$.

(2)　条件より，左から $n-1$ 番目が，偶数個連続している A の左から偶数番目の A であり，n 回目に投げ，出た目が 4 であればよいので，求める確率は

$y_{n-1}\times\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{1}{18}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right\}}$.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4　a を自然数（すなわち１以上の整数）の定数とする．
白球と赤球があわせて１個以上入っている袋Ｕに対して，次の操作（＊）を考える．
（＊）　袋Ｕから球を１個取り出し，
(i)　取り出した球が白球のときは，袋Ｕの中身が白球 a 個，赤球１個となるようにする．
(ii)　取り出した球が赤球のときは，その球を袋Ｕへ戻すことなく，袋Ｕの中身はそのままにする．

はじめに袋Ｕの中に，白球が $a+2$ 個，赤球が１個入っているとする．この袋Ｕに対して操作（＊）を繰り返し行う．

たとえば，１回目の操作で白球が出たとすると，袋Ｕの中身は白球 a 個，赤球１個となり，さらに２回目の操作で赤球が出たとすると，袋Ｕの中身は白球 a 個のみとなる．

n 回目に取り出した球が赤球である確率を p_n とする．ただし，袋Ｕの中の個々の球の取り出される確率は等しいものとする．

(1)　p_1，p_2 を求めよ．
(2)　$n \geqq 3$ に対して p_n を求めよ．
(3)　$\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}p_n$ を求めよ．

《14 東大・理科文科(文科は(2)まで)》

【答】　(1)　$p_1=\dfrac{1}{a+3}$，$p_2=\dfrac{a+2}{(a+1)(a+3)}$

(2)　$p_n=\dfrac{1}{a+2}-\dfrac{1}{(a+2)(a+3)}\left(-\dfrac{1}{a+1}\right)^{n-1}$　　(3)　$\dfrac{1}{a+2}$

【解説】　(1)　最初Ｕの中には球は合計で $(a+2)+1=a+3$ 個入っていて，そのうち赤球は１個だけなので $\boldsymbol{p_1=\dfrac{1}{a+3}}$．

１回目に赤を取り出してしまうと，(ii)により２回目に赤は取り出せない．また，１回目に白を取り出すと，Ｕの中身は合計で $a+1$ 個の球が入っていて，そのうち赤は１個だけとなる．

以上より $\boldsymbol{p_2}=(1-p_1)\times\dfrac{1}{a+1}\boldsymbol{=\dfrac{a+2}{(a+1)(a+3)}}$．

(2)　p_2 を求めたときと同様に考えると，

$n+1$ 回目に赤球を取り出すには，n 回目に白を取り出さなければいけないので，

$$p_{n+1}=(1-p_n)\times\frac{1}{a+1}.$$

これを $p_{n+1}-\dfrac{1}{a+2}=-\dfrac{1}{a+1}\left(p_n-\dfrac{1}{a+2}\right)$ と変形して

$p_n-\dfrac{1}{a+2}=\left(p_1-\dfrac{1}{a+2}\right)\left(-\dfrac{1}{a+1}\right)^{n-1}$ を得るが，$p_1=\dfrac{1}{a+3}$ より

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$\boldsymbol{p_n=\frac{1}{a+2}-\frac{1}{(a+2)(a+3)}\left(-\frac{1}{a+1}\right)^{n-1}}.$$

(3)　a は自然数なので $-1<-\dfrac{1}{a+1}<1$ であるから，

$$\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}p_n=\frac{1}{m}\left\{\frac{1}{a+2}\times m-\frac{1}{(a+2)(a+3)}\times\frac{1-\left(-\frac{1}{a+1}\right)^m}{1-\left(-\frac{1}{a+1}\right)}\right\}$$

$$=\frac{1}{a+2}-\frac{1}{m}\times\frac{a+1}{(a+2)^2(a+3)}\left\{1-\left(-\frac{1}{a+1}\right)^m\right\}$$

ここで，$\displaystyle\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}=0$，$\displaystyle\lim_{m\to\infty}\left(-\frac{1}{a+1}\right)^m=0$ より

$$\lim_{m\to\infty}\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{m}p_n=\boldsymbol{\frac{1}{a+2}}.$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。